



## ESCOLA BÁSICA DA TRAFARIA

### MATEMÁTICA - 9º Ano

Resolução dos exercícios 1,2 e 3.1. da pág.57 do manual - parte 2

1

Pág. 57

1. Atendendo à propriedade:

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) \text{ ou } \cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha) \text{ tem-se:}$$

1.1.  $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$

1.2.  $\cos 50^\circ = \sin 40^\circ$

1.3.  $\cos 25^\circ = \sin 65^\circ$

1.4.  $\sin 35^\circ = \cos 55^\circ$

2.1. Atendendo à fórmula fundamental da trigonometria, tem-se:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Como  $\cos \alpha = \frac{5}{6}$  e  $\alpha$  é a amplitude de um ângulo agudo,

então:

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{25}{36}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{11}{36} \quad (0 < \sin \alpha < 1) \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\text{Portanto, para } \cos \alpha = \frac{5}{6}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}.$$

2.2. Da questão anterior, sabe-se que  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}$ .

$$\text{Sendo que } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \text{ então } \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{11}}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{11}}{5}.$$

$$\text{Logo, } \tan \alpha = \frac{\sqrt{11}}{5}.$$

3.1. a) Pela fórmula fundamental da trigonometria, tem-se:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Como  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ , vem:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{24}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{24}}{5},$$

pois  $0 < \cos \alpha < 1$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\text{Portanto, } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

b) Pela questão anterior, sabe-se que  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

$$\text{Dado que } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \text{ então } \tan \alpha = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}.$$

$$\text{Ora, } \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}.$$

$$\text{Logo, } \tan \alpha = \frac{\sqrt{6}}{12}.$$

c) Pelas alíneas anteriores, vem:

$$\begin{aligned} 3 \cos \alpha - \tan \alpha &= 3 \times \frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{\sqrt{6}}{12} = \frac{6\sqrt{6}}{5} - \frac{\sqrt{6}}{12} \\ &= \frac{72\sqrt{6} - 5\sqrt{6}}{60} \\ &= \frac{67\sqrt{6}}{60} \end{aligned}$$

$$\text{Portanto, } 3 \cos \alpha - \tan \alpha = \frac{67\sqrt{6}}{60}.$$